

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2022. október 18.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

minden vizsgázó számára

2022. október 18. 8:00

I.

Időtartam: 45 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

OKTATÁSI HIVATAL

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 45 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A megoldások sorrendje tetszőleges.
3. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektroikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
4. **A feladatok végeredményét az erre a célra szolgáló keretbe írja**, a megoldást csak akkor kell részleteznie, ha erre a feladat szövege utasítást ad!
5. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
6. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén egyértelműen jelölje, hogy melyiket tartja érvényesnek!
7. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

1. Adott a pozitív egész számok halmazának két részhalmaza:
 $A = \{12\text{-nél kisebb prímszámok}\}$,
 $B = \{3\text{-mal nem osztható egyjegyű számok}\}$.
 Elemei felsorolásával adja meg az A , a B , az $A \cap B$ és a $B \setminus A$ halmazokat!

$A =$	1 pont	
$B =$	1 pont	
$A \cap B =$	1 pont	
$B \setminus A =$	1 pont	

2. Hány olyan háromjegyű pozitív egész szám van, melynek mindhárom számjegye nagyobb 5-nél?

	2 pont	
--	--------	--

3. Adja meg n értékét úgy, hogy az alábbi egyenlőség igaz legyen!

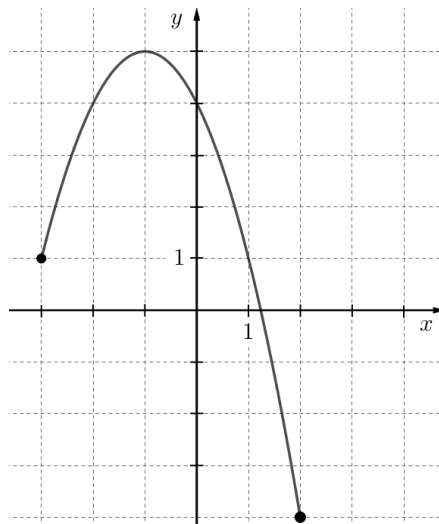
$$\frac{2^7 \cdot 2^6}{2^3} = 2^n$$

$n =$	2 pont	
-------	--------	--

4. Egy 35 g tömegű csokoládészelet csomagolásán az olvasható, hogy 100 g termék 520 kcal energiát tartalmaz. Hány kcal energiát tartalmaz ez a csokoládészelet?

	2 pont	
--	--------	--

5. Az alábbi ábrán a $[-3; 2]$ zárt intervallumon értelmezett $x \mapsto -(x+1)^2 + 5$ függvény grafikonja látható. Adja meg a függvény értékkészletét és maximumának helyét!



Értékkészlet:	2 pont	
A maximum helye:	1 pont	

6. Adja meg egy konvex nyolcszög átlóinak számát!

	2 pont	
--	--------	--

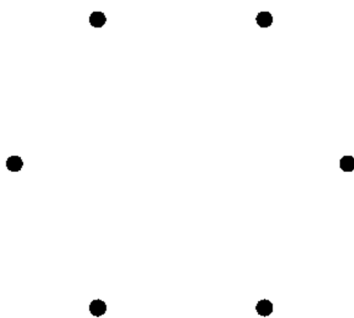
7. Adja meg x értékét három tizedesjegyre kerekítve, ha $10^x = 30$.

	2 pont	
--	--------	--

8. A valós számok halmazán értelmezett $x \mapsto 5x - 3$ függvény grafikonja a P pontban metszi az x tengelyt. Adja meg a P pont első koordinátáját!

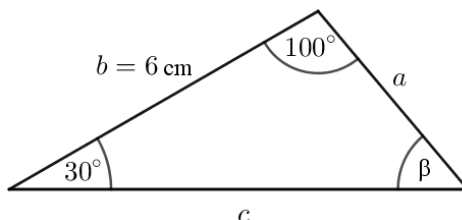
	2 pont	
--	--------	--

9. Rajzoljon egy olyan hatpontú gráfot, melyben két pontnak egyenlő a fokszáma, a többi négy fokszám viszont ettől és egymástól is különbözik!



2 pont	
--------	--

10. Számítsa ki az alábbi háromszögben a 30° -os szöggel szemközi oldal hosszát! Megoldását részletezze!



	2 pont	
	1 pont	

- 11.** Egy minőségellenőr megszámlolta hat gyufásdobozban a gyufaszálak számát. A kapott adatokat az alábbi táblázat tartalmazza. Számítsa ki az adatok átlagát és szórását!

doboz	első	második	harmadik	negyedik	ötödik	hatodik
szálak száma (db)	43	40	42	39	40	36

Az átlag:	1 pont	
A szórás:	2 pont	

- 12.** Egy szabályos dobókockával kétszer dobunk. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a két dobott szám szorzata 6 lesz? Megoldását részletezze!

	2 pont	
A valószínűség:	1 pont	

		pontszám	
		maximális	elért
I. rész	1. feladat	4	
	2. feladat	2	
	3. feladat	2	
	4. feladat	2	
	5. feladat	3	
	6. feladat	2	
	7. feladat	2	
	8. feladat	2	
	9. feladat	2	
	10. feladat	3	
	11. feladat	3	
	12. feladat	3	
ÖSSZESEN		30	

_____ dátum

_____ javító tanár

	pontszáma egész számra kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		

_____ dátum

_____ dátum

_____ javító tanár

_____ jegyző

Megjegyzések:

1. Ha a vizsgázó a II. írásbeli összetevő megoldását elkezdte, akkor ez a táblázat és az aláírási rész üresen marad!
2. Ha a vizsga az I. összetevő teljesítése közben megszakad, illetve nem folytatódik a II. összetevővel, akkor ez a táblázat és az aláírási rész kitöltendő!

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2022. október 18.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

minden vizsgázó számára

2022. október 18. 8:00

II.

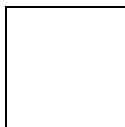
Időtartam: 135 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

OKTATÁSI HIVATAL

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.



4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részsámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el:** összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban felkelhető táblázatok helyettesítése (\sin , \cos , tg , \log és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletsámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont.**
8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell.*
9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
10. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
12. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

A

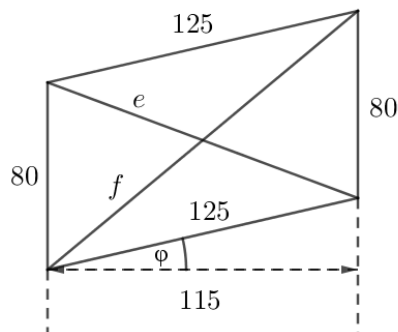
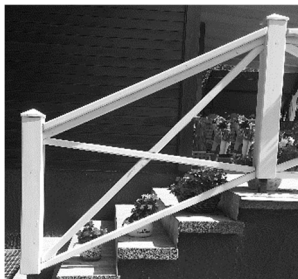
13. a) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$\frac{x}{2} + \frac{x-1}{3} = 8$$

b) Két egymást követő egész szám négyzetének összege 10 513.
Melyik ez a két szám?

a)	4 pont	
b)	8 pont	
Ö.:	12 pont	

14. A képen látható lépcsőkorlát egy részletének oldalnézete paralelogramma alakú. A paralelogramma függőleges oldalai 80 cm hosszúak, távolságuk 115 cm. A másik két oldal hossza 125 cm. (Az ábra jelöléseit használjuk.)



- a) A φ szög a paralelogramma alsó oldalának a vízszintessel bezárt szöge. Számítással igazolja, hogy (egész fokra kerekítve) $\varphi = 23^\circ$
- b) Számítsa ki a paralelogramma e átlójának hosszát!
- c) A lépcsőkorlátra szélfogót szerelnek nádszövetből. Mekkora területű nádszövettel lehet a paralelogramma alakú részt lefedni? Igaz-e, hogy a felszerelt nádszövet területe kisebb 1 m^2 -nél?

a)	3 pont	
b)	4 pont	
c)	3 pont	
Ö.:	10 pont	

15. Most induló kisvállalkozásához András üzleti tervet készít. Tervei szerint az első félévben minden hónapban 300 000 Ft lesz a havi árbevétele. Arra számít, hogy a 7. hónaptól kezdve egészen a második év végéig minden hónapban az előző hónaphoz képest 5%-os havi árbevétel-növekedést ér majd el.

a) A terv szerint mennyi lesz András havi árbevétele a 24. hónapban, és mennyi összesen a két év alatt? Válaszait tízezer forintra kerekítve adja meg!

András és négy barátja: Balázs, Cili, Dóra és Endre egy ötszemélyes autóval utaznak a Balatonhoz (elől ketten, hátul hárman ülnek). Jogosítványa csak Andrásnak és Dórának van, így csak ők vezethetik az autót.

b) Hányféle ülésrendben utazhat az autóval az öt fiatal, ha András mindenképpen Cili mellett ül?
(Az a két ember, aki elől ül, egymás mellett ül. Két ülésrend különböző, ha van olyan ember, aki az egyik ülésrendben máshol ül, mint a másikban.)

a)	9 pont	
b)	5 pont	
Ö.:	14 pont	

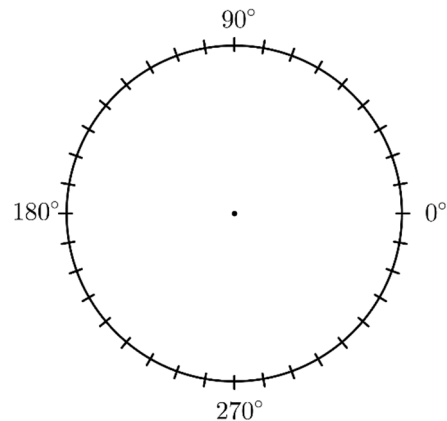
B

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

- 16.** Az alábbi táblázatban egy végzős osztály emelt szintű matematikacsoportjának idei próbaérettségi eredményei láthatók. A dolgozattal legfeljebb 115 pontot lehetett szerezni; 60%-tól jeles (5), 47%-tól jó (4), 33%-tól közepes (3) és 25%-tól elégséges (2) osztályzatot lehetett elérni. Az alábbi táblázatba már beírták a szerzett pontszámokat, de a jegyeket még nem mindenkihez.

	Anna	Béla	Cili	Dezső	Egon	Fruzsi	Géza	Huba	Imre
eredmény (pont)	103	61	68	72	97	55	37	39	75
osztályzat	5		4	5	5				5

- a) A fenti adatok alapján egészítse ki a táblázatot a hiányzó osztályzatokkal, és készítsen kördiagramot a matematikacsoport osztályzatainak eloszlásáról!



A 33 fős osztály az utolsó tanévben három osztályprogramot szervezett: színházba, moziba, illetve kirándulni mentek. Mindenki részt vett legalább az egyik programon. Színházban és moziban is volt 13 fő, színházban és kirándulni is volt 12 fő, moziban és kirándulni is volt 10 fő. 4 olyan diák volt, aki csak egyetlen programon vett részt.

- b) Hányan voltak ott mindhárom osztályprogramon?

A színház 15 soros nézőterén a második sortól kezdve minden sorban ugyanannyival több szék van, mint az előző sorban. A hatodik sorban 26 szék, a tizedik sorban 34 szék van.

- c) Hány szék van összesen a nézőtéren?

a)	5 pont	
b)	7 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	17 pont	

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

17. A ceruzagyártás folyamatának egyik eleme a ceruzabél készítése. A grafitból, agyagból és koromból álló masszából egy gép először 20 cm átmérőjű, 25 cm magas hengereket préseel. A még képlékeny állapotú hengerekből – hulladék keletkezése nélkül – készül a 2 mm átmérőjű hengeres ceruzabélszál.

a) Összesen hány méter hosszú ceruzabélszál készül egy hengerből?

Egy ceruzagyárban jelenleg az ott dolgozó nők és férfiak aránya 3 : 2. Ha felvennének még 5 nőt és 6 férfit, akkor ez az arány 4 : 3-ra módosulna.

b) Hány nő és hány férfi dolgozik jelenleg a gyárban?

Ha egy ceruza leesik az asztalról, akkor 0,2 a valószínűsége annak, hogy kitörik a hegye. Ervin macskája lesodor egy ceruzakészletet az asztalról, így a ceruzák sorban leesnek a földre.

c) Mennyi a valószínűsége annak, hogy a 12 leeső ceruzából legfeljebb egy ceruzának törik ki a hegye?

a)	6 pont	
b)	6 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	17 pont	

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

18. Az asztalon összesen 36 darab színes papír sokszög van, egy részük háromszög alakú, a többi négyszög alakú. Mindegyik vagy piros, vagy kék színű. 24 sokszög piros, 27 pedig háromszög alakú. Kék négyszögből 5 darab van.

a) Hány piros háromszög van az asztalon?

A 36 sokszögből véletlenszerűen kiválasztunk kettőt (visszatevés nélkül).

b) Mennyi a valószínűsége annak, hogy mindkét választott sokszög háromszög?

Adott egy háromszög három csúcsa a koordinátasíkon: $A(1; 2)$, $B(5; 0)$ és $C(6; 7)$.

c) Igazolja, hogy az ABC háromszög egyenlő szárú!

d) Határozza meg az ABC háromszög területét!

a)	4 pont	
b)	4 pont	
c)	3 pont	
d)	6 pont	
Ö.:	17 pont	

	a feladat sorszáma	pontszám		
		maximális	elért	összesen
II. A rész	13.	12		
	14.	10		
	15.	14		
II. B rész		17		
		17		
		← nem választott feladat		
ÖSSZESEN		70		

	pontszám	
	maximális	elért
I. rész	30	
II. rész	70	
Az írásbeli vizsgarész pontszáma	100	

dátum

javító tanár

	pontszáma egész számra kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		
II. rész		

dátum

dátum

javító tanár

jegyző